

**1.** (7 punti)

Sia  $Q$  una misura neutrale al rischio. Sia  $\tau$  il tempo di default di una determinata istituzione finanziaria di distribuzione esponenziale  $\lambda > 0$ . Si assuma tasso d'interesse privo di rischio  $r > 0$ .

a) Determinare il prezzo  $p_1(0, T)$ , di un DZCB emesso dall'istituzione finanziaria con recovery of treasury pari al  $1 - \delta$ , di valore nominale  $x$  euro e maturità  $T$ .

b) Sia oggi il prezzo di un free-defaultable ZCB di valore nominale 35 euro, maturità  $T = 2$  anni, pari a  $p_0 = 30$  euro e quello di un DZCB con recovery of treasury pari al 60% di stesso valore nominale e maturità, pari a  $p_1 = 28$  euro. Determinare l'intensità di default  $\lambda$  dell'istituzione finanziaria.

c) Determinare il prezzo oggi di un DZCB emesso dall'istituzione finanziaria con recovery pari al 50%, valore nominale 50 euro e maturità 6 mesi.

**2.** (10 punti)

Il prezzo di un'azione é di 45\$. Ci si attende che in ciascuno dei due prossimi bimestri il prezzo salga del 5% o scenda del 4%. Il tasso d'interesse (annuo) privo di rischio composto continuamente é del 4%.

a) Qual' é il valore di una put europea con prezzo d'esercizio 46\$ e scadenza 4 mesi?

b) Qual' é il valore della call europea corrispondente?

c) Un investitore ha venduto 100 put. Quale strategia di copertura deve mettere in atto? (Verificare che tale strategia replica il derivato).

**3.** (12 punti)

Un titolo che non paga dividendi ha un tasso di rendimento atteso (annuo) del 5% e una volatilità (annua) pari al 20%. Il tasso d'interesse privo di rischio e' del 3% annuo. Un'istituzione finanziaria ha reso noto che offrirá un derivato, con scadenza  $T = 9$  mesi, di payoff finale  $f(S_T) = (S_T)^{\frac{1}{3}}$ , dove  $S_T$  é il prezzo dell'azione sottostante al tempo  $T$ . Oggi il prezzo dell'azione é di 30\$. Utilizzando la valutazione neutrale verso il rischio calcolare:

a) il prezzo del derivato oggi;

b) il prezzo del derivato  $v(t, x)$  al tempo  $t$  se  $S_t = x$ ;

c) verificare che  $v(t, x)$  verifica l'equazione di valutazione di Black & Scholes.

**4.**(4 punti)

Volete speculare sul rialzo del prezzo di una certa azione. Oggi il prezzo é  $S_0 = 30$ \$. Una call a  $T = 6$  mesi con prezzo d'esercizio  $K = 31$ \$ costa 2\$. Avete 3000\$ da investire. Identificate due strategie alternative: investendo in azioni ed investendo in calls. Per quale valore del prezzo dell'azione al tempo  $T$ ,  $S_T$ , l'investimento in calls é piú vantaggioso?