INTRODUZIONE AL RISCHIO DI CREDITO: VALUTAZIONE DI DERIVATI CREDITIZI

CLAUDIA CECI

1. Introduzione al Rischio di credito

Con il termine Rischio di Credito si fa riferimento all'eventualitá che una delle due parti di un contratto finanziario non onori gli obblighi assunti determinando una perdita della parte creditrice. Il rischio di credito non va inteso esclusivamente in relazione alla possibilitá che la controparte di un contratto vada incontro a default (rischio di *default*), ma anche al caso in cui questa abbia un inatteso deterioramento creditizio ossia un declassamento del rating (rischio di *downgrade*).

La recente crisi finanziaria globale, che ha portato al fallimento di alcune grandi istituzioni finanziarie, ha provocato una crescente attenzione verso il tema del rischio di credito e piú specificatamente verso quello di controparte (*Counterparty Credit Risk*) e verso gli effetti potenzialmente disastrosi che un'eccessiva esposizione in derivati OTC (Over The Counter) puó avere nei confronti di controparti ad alta probabilitá di insolvenza. Negli ultimi anni il mercato dei derivati OTC é cresciuto in modo esponenziale creando una fitta rete di connessioni tra le banche mondiali. Una collettiva sottostima del rischio di controparte da parte degli investitori ha fatto sí che i nozionali complessivi sui derivati crescessero eccessivamente (colossi come Lehman Brothers, Bear Stearns o AIG American International Group erano considerati dal mercato come controparti risk-free).

L'esigenza di giungere ad una regolamentazione comune del sistema bancario ed in particolare negli aspetti di misurazione e gestione del rischio ha portato alla creazione di un'organizzazione internazionale, nota con il nome di Comitato di Basilea, che opera per promuovere la cooperazione tra le banche centrali e altri organismi o autoritá equivalenti sui temi della stabilitá monetaria e finanziaria. In particolare, con Basilea III, si é introdotto il concetto di CVA (*Credit Value Adjustment*). Esso permette alle banche di determinare il valore di rischio qualora avvenga una variazione della componente creditizia: piú precisamente, si basa sul calcolo del valore di un portafoglio in condizioni normali (risk-free) e in condizioni di possibile default, ossia qualora la controparte coinvolta nell'accordo sia fallita.

La stima della perdita attesa di un'esposizione creditizia per ogni posizione su portafoglio richiede a sua volta la stima di tre parametri correlati tra loro:

- Il valore dell'esposizione in caso di insolvenza (EAD - *exposure at default*);
- La probabilitá di insolvenza della controparte (PD - *default probability*);
- Il tasso di perdita in caso di insolvenza (LGD - *loss given default*) cioé la percentuale dell'esposizione che si prevede di non riuscire a recuperare.

Gli indicatori per Rischio di credito si dividono in

- Diretti: le agenzie di *rating* (Moody's, Standard & Poor, Fitch) attraverso l'osservazione di alcuni fattori, tra cui per esempio, la struttura patrimoniale dell'indebitamento, la liquiditá e la qualitá della classe dirigente classificano la stabilitá finanziaria di un soggetto assegnando una classe di *rating*. In questo modo forniscono indicazioni agli azionisti sulla capacitá di ripagare un debito di un soggetto in un determinato periodo. Nella scala utilizzata piú basso é il *rating* e maggiore é il rischio di credito;
- Indiretti: si misura la qualitá del credito di una societá attraverso i prezzi di mercato, si utilizzano alcune misure implicite come l'intensitá di default e il credit spread, definito come la differenza di rendimento tra una obbligazione rischiosa e una non rischiosa, o presa come benchmark di riferimento.

2. Modelli per il rischio di default

Si hanno due principali classi di modelli

- Strutturali: il primo fu proposto da Merton nel 1974, in cui il default di un soggetto é definito in modo endogeno attraverso il valore della sua attivitá . Descrivendo quest'ultimo attraverso un moto browniano geometrico e supponendo che il default possa avvenire solo alla maturitá nel caso in cui il valore della societá risulta inferiore alle sue passivitá, Merton ricava una formula esplicita per la probabilitá di default e il *credit spread* (differenza di rendimento tra DZCB - *defaultable zero coupon bond*- e ZCB).
- In forma ridotta o *hazard rate models*: il default si verifica a sorpresa e il tempo di default viene descritto da una variabile aleatoria esogena.

2.1. **I modelli hazard rate o intensity based.** Consideriamo una sola unitá fallimentare e indichiamo con τ il suo tempo di default. Il modello piú semplice é supporre che τ abbia distribuzione esponenziale di parametro $\lambda > 0$, ossia di funzione di distribuzione

$$F(t) = P(\tau \leq t) = (1 - e^{-\lambda t})\mathbf{1}_{\{t \geq 0\}}.$$

Il parametro λ rappresenta l'intensitá di default, ossia é una misura istantanea del rischio di default:

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{P(\tau < t + \Delta t | \tau > t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P(t < \tau < t + \Delta t)}{\Delta t P(\tau > t)} =$$
$$= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t P(\tau > t)} = \frac{\lambda e^{-\lambda t}}{e^{-\lambda t}} = \lambda.$$

Piú in generale nei modelli *hazard rate* il parametro λ é sostituito da una funzione deterministica del tempo $\gamma(t) \geq 0$ e

$$F(t) = P(\tau \leq t) = (1 - e^{-\int_0^t \gamma(s)ds})\mathbf{1}_{\{t \geq 0\}}.$$

Indichiamo con Y_t il processo funzione indicatrice del default, $Y_t = \mathbf{1}_{\{\tau \leq t\}}$.

Osserviamo che { non é avvenuto il default in $[0,t]\} = \{\tau > t\} = \{Y_t = 0\}$, mentre {é avvenuto il default in $[0,t]\} = \{\tau \le t\} = \{Y_t = 1\}$.

Remark 2.1. *Osserviamo che* $\forall t \ge 0$, $P(\tau > t) = e^{-\lambda t}$ *da cui segue in particolare che* $P(\tau > 0) = 1$*, ossia* τ *assume valori in* $(0, +\infty)$.

3. Pricing di derivati creditizi

3.1. **Valutazione di DZCB.** Sia Q una misura neutrale al rischio (misura di pricing), $\lambda^Q > 0$ l'intensitá di default rispetto a Q ed $r >$ il tasso di interesse privo di rischio (composto continuamente). Consideriamo un ZCB sensibile al rischio di credito, che paga il valore nominale 1 alla maturitá T se non é avvenuto il default in $[0,T]$ e 0 altrimenti. In base alla valutazione neutrale al rischio il prezzo é dato da

$$p(t,T) = e^{-r(T-t)}\mathbf{E}^Q[\mathbf{1}_{\{\tau>T\}}|Y_t].$$

Osserviamo che sull'evento $\{\tau \le t\} = \{Y_t = 1\}$, $\mathbf{E}^Q[\mathbf{1}_{\{\tau>T\}}|Y_t] = 0$. Rimane cosí da calcolare

$$p(t,T) = e^{-r(T-t)}\mathbf{E}^Q[\mathbf{1}_{\{\tau>T\}}|\tau > t]\mathbf{1}_{\{\tau>t\}}.$$

Tenendo conto che

$$\mathbf{E}^Q[\mathbf{1}_{\{\tau>T\}}|\tau > t] = \frac{Q(\tau > T)}{Q(\tau > t)} = e^{-\lambda^Q(T-t)},$$

si ottiene

$$p(t,T) = e^{-(r+\lambda^Q)(T-t)}\mathbf{1}_{\{\tau>t\}}. \tag{3.1}$$

Se confrontiamo con il prezzo di un ZCB privo di rischio di valore nominale 1

$$p_0(t,T) = e^{-r(T-t)}$$

l'equazione (3.1) puó essere interpretata come il valore di un *default-free* ZCB con tasso di interesse modificato pari a $r + \lambda^Q > r$.

Dai passaggi sopra effettuati possiamo anche scrivere che

$$Q(\tau > T|Y_t) = e^{-\lambda^Q(T-t)}\mathbf{1}_{\{\tau>t\}}. \tag{3.2}$$

Il **Credit Spread**, dato dalla differenza di rendimento tra il DZCB e il ZCB, coincide con λ^Q, infatti

$$\frac{p(t,T)}{p_0(t,T)} = e^{-\lambda^Q(T-t)}$$

da cui possiamo ricavare

$$\lambda^Q = -\frac{1}{T-t} \ln\left(\frac{p(t,T)}{p_0(t,T)}\right). \tag{3.3}$$

Remark 3.1. *Lo spread creditizio consente un confronto tra un'obbligazione societaria e un'alternativa priva di rischio. Piú precisamente, il credit spread é dato dalla differenza di rendimento di una obbligazione a rischio di default rispetto ad una corrispondente priva di questo rischio o che assumiamo come benchmark di riferimento. Per esempio la differenza tra il rendimento offerto dal BTP a 10 anni e dal suo omologo tedesco, il Bund. Gli spread di credito sono misurati in punti base, una differenza dell'*1% *nel rendimento corrisponde a uno spread di* 100 *punti base.*

Remark 3.2. *L'equazione* (3.1) *e* (3.2) *possono essere estese al caso di hazard rate* $\gamma^Q(t)$ *e tasso d'interesse* $r(t)$ *funzioni deterministiche del tempo:*

$$p(t,T) = e^{-\int_t^T (r(s)+\gamma^Q(s))ds}\mathbf{1}_{\{\tau>t\}},$$

$$Q(\tau > T|Y_t) = e^{-\int_t^T \gamma^Q(s)ds}\mathbf{1}_{\{\tau>t\}}.$$

Per dettagli si fa riferimento al libro [McNeil, Frey, Embrechts, Quantitative Risk Management, Princeton Series in Finance].

Consideriamo il caso in cui il LGD (*loss given default*) $0 < \delta < 1$, il DZCB avrá un tasso di recupero pari a $1-\delta$.

Nel caso di **Recovery of Treasury** il recupero avviene alla maturitá e il prezzo del DZCB é dato da:

$$p_{RT}(t,T) = e^{-r(T-t)}\mathbf{E}^Q[\mathbf{1}_{\{\tau>T\}} + (1-\delta)\mathbf{1}_{\{\tau\le T\}}|Y_t] = e^{-r(T-t)}\mathbf{E}^Q[\mathbf{1}_{\{\tau>T\}} + (1-\delta)(1-\mathbf{1}_{\{\tau>T\}})|Y_t] =$$

$$e^{-r(T-t)}\mathbf{E}^Q[(1-\delta) + \delta\mathbf{1}_{\{\tau>T\}}|Y_t] = (1-\delta)e^{-r(T-t)} + \delta e^{-r(T-t)}p(t,T).$$

Infine dall'equazione (3.1) otteniamo

$$p_{RT}(t,T) = (1-\delta)e^{-r(T-t)} + \delta e^{-(r+\lambda^Q)(T-t)}\mathbf{1}_{\{\tau>t\}}. \tag{3.4}$$

Remark 3.3. *L'equazione* (3.4) *puó essere estesa al caso di hazard rate* $\gamma^Q(t)$ *e tasso d'interesse* $r(t)$ *funzioni deterministiche del tempo*

$$p_{RT}(t,T) = (1-\delta)e^{-\int_t^T r(s)ds} + \delta e^{-\int_t^T (r(s)+\lambda^Q(s))ds}\mathbf{1}_{\{\tau>t\}}.$$

Per dettagli si fa riferimento al libro [McNeil, Frey, Embrechts, Quantitative Risk Management, Princeton Series in Finance].

Noti i prezzi del ZCB e del DZCB con *recovery of treasury* si puó ricavare una stima dell'intensitá di default λ^Q:

$$\frac{p_{RT}(t,T)}{p_0(t,T)} = (1-\delta) + \delta e^{-\lambda^Q(T-t)}$$

da cui si ricava

$$\lambda^Q = -\frac{1}{T-t} \ln\left(\frac{p_{RT}(t,T)}{\delta p_0(t,T)} - \frac{1-\delta}{\delta}\right). \tag{3.5}$$

Nel caso di **Recovery of Face Value** il recupero avviene al tempo di default e il prezzo del DZCB é dato da:

$$p_{FV}(t,T) = e^{-r(T-t)}\mathbf{E}^Q[\mathbf{1}_{\{\tau>T\}}|Y_t] + \mathbf{E}^Q[(1-\delta)e^{-r(\tau-t)}\mathbf{1}_{\{t<\tau\leq T\}}|Y_t]$$

da cui si puó ricavare l'espressione

$$p_{FV}(t,T) = \left[e^{-(r+\lambda^Q)(T-t)} + (1-\delta)\frac{\lambda^Q}{\lambda^Q+r}(1-e^{-(r+\lambda^Q)(T-t)})\right]\mathbf{1}_{\{\tau>t\}}. \tag{3.6}$$

Dimostriamo l'equazione (3.6) nel caso $t = 0$.

Ricordando che la densitá della distribuzione esponenziale di parametro λ^Q é data dalla funzione $f_\tau(t) = \lambda^Q e^{-\lambda^Q t}\mathbf{1}_{\{t\geq 0\}}$, possiamo calcolare:

$$\mathbf{E}^Q[e^{-r\tau}\mathbf{1}_{\{\tau\leq T\}}] = \int_0^\infty e^{-rs}\mathbf{1}_{\{s\leq T\}}f_\tau(s)ds = \int_0^T \lambda^Q e^{-(\lambda^Q+r)s}ds = \frac{\lambda^Q}{\lambda^Q+r}(1-e^{-(r+\lambda^Q)T}).$$

Tenendo conto di quest'ultima espressione otteniamo infine che:

$$p_{FV}(0,T) = \left[e^{-(r+\lambda^Q)T} + (1-\delta)\frac{\lambda^Q}{\lambda^Q+r}(1-e^{-(r+\lambda^Q)T})\right].$$

3.2. **La probabilitá di default.** Mostriamo come é possibile la stima della probabilitá di default, $q = Q(\tau \leq T)$, a partire dai prezzi di mercato.

Ricordando che il valore di un DZCB senza recovery al tempo $t = 0$ si puó scrivere nel seguente modo:

$$p(0,T) = e^{-rT}\mathbf{E}^Q[\mathbf{1}_{\{\tau>T\}}] = p_0(0,T)Q(\tau>T) = p_0(0,T)(1-q)$$

si ricava che:

$$q = 1 - \frac{p(0,T)}{p_0(0,T)}.$$

Analogamente, ricordando che il valore di un DZCB con recovery of treasury al tempo $t = 0$ é dato da

$$p_{RT}(0,T) = e^{-rT}[(1-\delta) + Q(\tau > T)\delta] = p_0(0,T)(1-\delta q)$$

si ottiene che:

$$q = \frac{1}{\delta}\left(1 - \frac{p_{RT}(0,T)}{p_0(0,T)}\right).$$

Infine dalla conoscenza di q possiamo anche ricavare delle formule alternative alle (3.3) e (3.5), nel caso $t = 0$, per la stima dell'intensitá di default, infatti essendo

$$q = Q(\tau \le T) = 1 - e^{-\lambda^Q T}$$

si ricava che

$$\lambda^Q = -\frac{1}{T}\ln(1-q).$$

3.3. **Valutazione di Credit Default Swap.** I CDS sono derivati creditizi principalmente utilizzati da banche, assicurazioni e istituti di investimento per la copertura del rischio di credito e sono negoziati OTC. Sono contratti in cui il detentore di un credito (*protection buyer*), si impegna a pagare un premio periodico a favore della controparte (*protection seller*), la quale é invece obbligata ad assumersi il rischio di credito che grava sull'attivitá sottostante e quindi a pagare una somma pari alla perdita che il *protection buyer* avrebbe sostenuto in caso di default. Ossia il *buyer* acquista protezione contro il default di una unitá di riferimento (*reference entity*), e in cambio di un flusso di pagamenti periodici al *seller* quest'ultimo si impegna a corrispondere una somma δ (LGD della *reference entity*) al *buyer* in caso di default dell'unitá di riferimento.

Indichiamo con $\{t_i; i = 1, \dots N\}$ i tempi di pagamento del premio

$$0 = t_0 < t_1 < \cdots < t_N = T$$

T la scadenza, x lo *swap spread*, τ il tempo di default della *reference entity* e δ il LGD di quest'ultima.

Il *buyer* paga al *seller* la somma $x(t_i - t_{i-1})$ al tempo t_i, $i = 1, \dots N$, a fronte dell'incasso della somma δ in caso di default della reference entity, ossia se $\tau < T$. Il valore di un CDS all' emmissione é pari a zero.

Determiniamo il valore al tempo t del flusso dei pagamenti dal *buyer* al *seller* in $[t, T]$:

$$V_t^{prem}(x) = \mathbf{E}^Q[\sum_{i:t_i>t} e^{-r(t_i-t)}x(t_i - t_{i-1})\mathbf{1}_{\{t_i<\tau\}}|Y_t] = \sum_{i:t_i>t} e^{-r(t_i-t)}x(t_i - t_{i-1})Q(\tau > t_i|Y_t),$$

in base alla formula (3.2) ricaviamo

$$V_t^{prem}(x) = \sum_{i:t_i>t} e^{-r(t_i-t)}x(t_i - t_{i-1})e^{-\lambda^Q(t_i-t)}\mathbf{1}_{\{t<\tau\}}.$$

Valutiamo ora il valore al tempo t del pagamento al default da parte del *seller* al *buyer*:

$$V_t^{def} = \mathbf{E}^Q[\delta e^{-r(\tau-t)}\mathbf{1}_{\{t<\tau\ \leq T\}}|Y_t].$$

Tenendo conto che la densitá condizionata di τ ad Y_t é data da:

$$f_{\tau|Y_t}(s) = \lambda^Q e^{-\lambda^Q(s-t)}\mathbf{1}_{\{\tau>t\}}$$

segue che

$$V_t^{def} = \delta\mathbf{1}_{\{\tau>t\}}\int_t^T \lambda^Q e^{-(r+\lambda^Q)(s-t)}ds = \delta\frac{\lambda^Q}{r+\lambda^Q}(1 - e^{-(r+\lambda^Q)(T-t)})\mathbf{1}_{\{\tau>t\}}.$$

Il *fair CDS spread* x_t^* é calcolato in modo tale che $V_t^{prem}(x_t^*) = V_t^{def}$, é quindi dato da:

$$x_t^* = \frac{\delta\int_t^T \lambda^Q e^{-(r+\lambda^Q)(s-t)}ds}{\sum_{i:t_i>t} e^{-(r+\lambda^Q)(t_i-t)}(t_i - t_{i-1})}.$$

In particolare, per $t = 0$:

$$x_0^* = \frac{\delta\int_0^T \lambda^Q e^{-(r+\lambda^Q)s}ds}{\sum_{i:t_i>0} e^{-(r+\lambda^Q)t_i}(t_i - t_{i-1})}.$$

Si puó mostrare che mentre il V^{prem} é una funzione decrescente di λ^Q, il V^{def} é una funzione crescente di λ^Q. Ne segue che x_t^* aumenta al crescere di λ^Q, ossia piú é alto di rischio di default della *reference entity* piú elevato sará il costo della protezione.

Infine, ricordando che il valore all'emissione di un CDS é pari a zero, x_0^* definisce il premio che il *buyer* paga al *seller*, il valore del CDS al tempo t é dato da:

$$p_{CDS}(t,T) = V_t^{def} - V_t^{prem}(x_0^*),$$

da cui segue:

$$p_{CDS}(t,T) = \mathbf{1}_{\{\tau>t\}}[-\sum_{i:t_i>t} e^{-r(t_i-t)}x_0^*(t_i - t_{i-1})e^{-\lambda^Q(t_i-t)} + \delta\int_t^T \lambda^Q e^{-(r+\lambda^Q)(s-t)}ds]. \tag{3.7}$$

Al contrario dei DZCB che assumono valori sempre non-negativi il valore di un CDS puó assumere sia valori positivi che negativi, questo é dovuto al fatto che il premio dei ZCB é pagato dal detentore in un'unica soluzione al tempo iniziale (il *seller* é dunque debitore del valore nozionale) mentre in un CDS il premio viene pagato periodicamente nell'intervallo $(0, T]$. Piú precisamente, se $x_t^* > x_0^*$, $p_{CDS}(t, T) > 0$ mentre se $x_t^* < x_0^*$, $p_{CDS}(t, T) < 0$, in quanto

$$p_{CDS}(t, T) = V_t^{prem}(x_t^*) - V_t^{prem}(x_0^*).$$

Se $x_t^* > x_0^*$, il *buyer* vendendo il CDS al tempo t avrebbe un guadagno pari a:

$$p_{CDS}(t, T) = V_t^{prem}(x_t^*) - V_t^{prem}(x_0^*) = \sum_{i:t_i>t} e^{-r(t_i-t)}(x_t^* - x_0^*)(t_i - t_{i-1})e^{-\lambda^Q(t_i-t)} > 0.$$

Remark 3.4. *L'equazione* (3.7) *puó essere estesa al caso di hazard rate* $\gamma^Q(t)$ *e tasso d'interesse* $r(t)$ *funzioni deterministiche del tempo:*

$$p_{CDS}(t, T) = \mathbf{1}_{\{\tau>t\}}[-\sum_{i:t_i>t} x_0^*(t_i - t_{i-1})e^{-\int_t^{t_i}(r(s)+\gamma^Q(s))ds} + \delta \int_t^T \gamma^Q(s)e^{-\int_t^s(r(u)+\gamma^Q(u))du}ds].$$

Per dettagli si fa riferimento al libro [McNeil, Frey, Embrechts, Quantitative Risk Management, Princeton Series in Finance].

In particolare, se al tempo t vi é un deterioramento del rating della reference entity, (la funzione $\gamma^Q(s)$ cresce per $s \geq t$) il valore del CDS puó aumentare in modo smisurato in quanto il valore del fair CDS spread al tempo t, $x_t^* > x_0^*$ (fair CDS spread al tempo 0*).*

I CDS sono nati con la finalitá di hedging; infatti la struttura é praticamente identica a quella di un normale contratto assicurativo. Vi é peró una particolaritá fondamentale in questi strumenti derivati: non é necessario che il *protection buyer* o il *protection seller* abbiano un rapporto di credito con la reference entity. Il contratto, infatti, prescinde dalla presenza di questo rapporto dato che il sottostante é rappresentato unicamente dal merito creditizio e non dal credito stesso. Questo aspetto ha fatto sí che i CDS non vestissero piú solamente il ruolo di derivati creditizi con fine assicurativo, ma anche quello di strumenti speculativi. Per dare un esempio, un trader puó acquistare un CDS il cui sottostante é rappresentato dal default di una societá che in quel momento é solida e ha una stabile situazione patrimoniale e rivenderlo ai primi segnali di insolvenza e inadempimento della societá realizzando ingenti profitti.

3.4. **Il Rischio di Controparte.** Il Rischio di Controparte riferisce al rischio che la controparte di un'operazione finanziaria non adempia, entro i termini stabiliti, ai propri obblighi contrattuali.

Per esempio, nel caso in cui il derivato in questione sia un CDS il rischio di controparte é il rischio che il *seller* possa fallire prima della maturitá del contratto e prima della *reference entity*, oppure nel caso di una opzione é il rischio che il *writer* possa risultare insolvente.

Il **Credit Value Adjustment (CVA)** é il valore di mercato che cattura il rischio di controparte. É definito come la differenza tra il valore del portafoglio *default-free* e il valore reale del portafoglio che incorpora la possibilitá di default della controparte. Si tratta dunque di un termine correttivo da apportare alla valutazione del derivato effettuata senza tener conto di questo rischio.

Per esempio se consideriamo un derivato di payoff finale $F(S_T)$, scritto su un sottostante di valore $\{S_t\}_{t\in[0,T]}$ (per esempio S_t rappresenta il prezzo di una azione descritto nel modello Black & Scholes). Sappiamo dalla valutazione neutrale al rischio che il valore del derivato al tempo t é dato da

$$v_t = e^{-r(T-t)}\mathbf{E}^Q[F(S_T)|S_t].$$

Se ora teniamo conto della possibilitá che il *writer* possa fare default prima della maturitá e assumendo il LGD pari a 1 ($\delta = 1$), il valore reale del derivato risulta essere

$$v_t^{real} = e^{-r(T-t)}\mathbf{E}^Q[F(S_T)\mathbf{1}_{\{\tau>T\}}|S_t, Y_t].$$

Ne segue che il CVA, al tempo t, del derivato é dato da:

$$CVA_t = v_t - v_t^{real}.$$

Se si assume che il prezzo dell'azione e il tempo di default del *writer* siano indipendenti si ottiene

$$v_t^{real} = e^{-r(T-t)}\mathbf{E}^Q[F(S_T)|S_t]Q(\tau > T|Y_t) = v_t e^{-\lambda^Q(T-t)}\mathbf{1}_{\{\tau>t\}}.$$

Ne seque che $v_t^{real} < v_t$ e v_t^{real} é tanto minore di v_t quanto λ^Q é grande e

$$CVA_t^{ind} = v_t - v_t^{real} = v_t(1 - e^{-\lambda^Q(T-t)}\mathbf{1}_{\{\tau>t\}}).$$

Assumere indipendenza tra il prezzo dell'azione e il tempo di default del *writer* é una ipotesi non realistica, di solito c'é una correlazione positiva che porta ad un valore reale ulteriormente piú basso rispetto a quello calcolato nell'ipotesi di indipendenza, in questa situazione si parla di *wrong way risk*. In altri termini, il CVA effettivo é di solito maggiore del CVA calcolato nell'ipotesi di indipendenza ($CVA_t > CVA_t^{ind}$).

Claudia Ceci, Department of Economics, University "G. D'Annunzio" of Chieti-Pescara, Viale Pindaro, 42, I-65127 Pescara, Italy.

E-mail address: c.ceci@unich.it