

MATEMATICA PER L'ECONOMIA - A/A 2022/23
Foglio di esercizi n. 4

NOTA BENE: l'insieme ammissibile S puo' anche essere della forma $S = \{(x_1, x_2) : g(x_1, x_2) = b\}$. In questo caso S coincide con la sua frontiera, percio' non ci sono punti di massimo o di minimo locale interni.

1) Per le seguenti funzioni e i relativi insiemi ammissibili, determinare i punti di massimo e minimo globale:

a)

$$f(x_1, x_2) = x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 - x_1 x_2, \quad S = \{(x_1, x_2) : x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_1 + x_2 \leq 1\}$$

b)

$$f(x_1, x_2) = \frac{x_1^2 x_2}{1 + x_1^2 + x_2^2}, \quad S = \{(x_1, x_2) : x_1^2 + x_2^2 \leq 1\}$$

c)

$$f(x_1, x_2) = x_1^3 + 3x_2^3 + x_1^2 x_2, \quad S = \{(x_1, x_2) : -1 \leq x_1 \leq 1, -1 \leq x_2 \leq 1\}$$

2) Un'azienda studia l'uso di due tipi di prodotti chimici nelle quantita' fisiche x_1 e x_2 . La quantita' di prodotto y da massimizzare dipende da x_1 e x_2 secondo la relazione, statisticamente stimata:

$$y = f(x_1, x_2) = 1000 \ln(1 + x_1) + 3000 \ln(1 + x_2) - 2x_1 - 3x_2.$$

Determinare i punti di massimo di f .

3) Determinare gli eventuali punti di massimo e minimo globale di

$$u(x_1, x_2) = 100(1 - 1,04e^{-5x_1})(1 - 1,04e^{-2x_2})$$

sull'insieme ammissibile

$$S = \{(x_1, x_2) : 5x_1 + 2x_2 = 100\}.$$

4) Un'azienda vuole minimizzare il proprio costo mantenendo un livello di produzione prefissato. Indicando con k la quantita' di capitale impiegata e con l la quantita' di lavoro impiegata, se il costo e' dato da

$$f(k, l) = 4k + l,$$

il prodotto y e' dato dalla funzione di produzione

$$y = g(k, l) = k^{1/2} l^{1/2}$$

e il livello di produzione che si desidera mantenere e'

$$y = g(k, l) = 10,$$

determinare, se esistono, i valori ottimali di k ed l .